МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16.06.2022 г.

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Най-голямото от числата $5\sqrt{5}$, $3\sqrt{14}$, 11 и $2\sqrt{31}$ е:

А) 11

Б) $3\sqrt{14}$

В) $5\sqrt{5}$

Г) $2\sqrt{31}$

2. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $7x^2 - 21x - 2 = 0$, то стойността на израза $x_1x_2\left(x_1 + x_2\right)$ е:

А) -42

Б) $-\dfrac{21}{2}$

В) $-\dfrac{6}{7}$

Г) $\dfrac{6}{7}$

3. Броят на корените на уравнението $\dfrac{(x-1)\left(x^2-3x+2\right)}{x^2-1} = 0$ е:

А) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

4. Броят на целите числа, които са решения на системата $\left| \begin{array}{l} 3-2x \geq 0 \\ 4x+3 \geq 0 \end{array} \right.$, е:

А) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

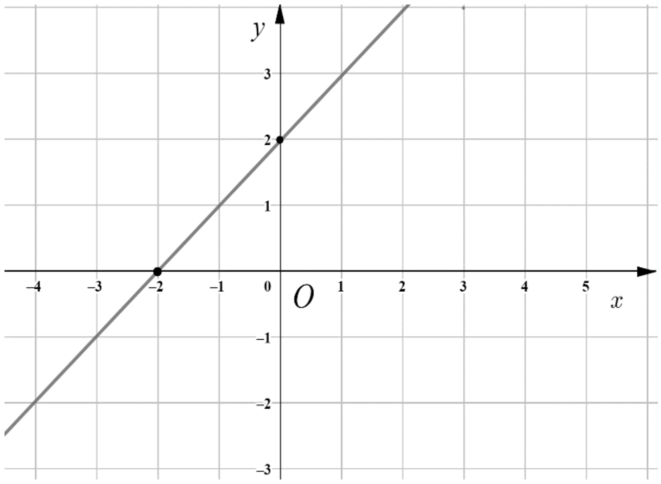
5. Графиката на коя линейна функция е изобразена на чертежа?

А) $y = x + 2$

Б) $y = 2x - 2$

В) $y = -2x$

Г) $y = -2x + 2$



6. Ако двойката (x; y) е решение на системата $\left| \begin{array}{l} 3x+2y=6 \\ 5x+4y=8 \end{array} \right.$, то стойността на $x+y$ е:

А) –2

Б) –1

В) 1

Г) 2

7. Стойността на израза $\dfrac{\operatorname{cotg} 45^\circ + 2\sin 30^\circ}{\sqrt{3}\operatorname{tg} 30^\circ} - 1$ е равна на:

А) –1

Б) $-\dfrac{1}{3}$

В) 1

Г) 2

8. В цветарски магазин разполагат с 25 рози и с 18 карамфила. По колко начина може да се направи букет от 5 рози и 2 карамфила?

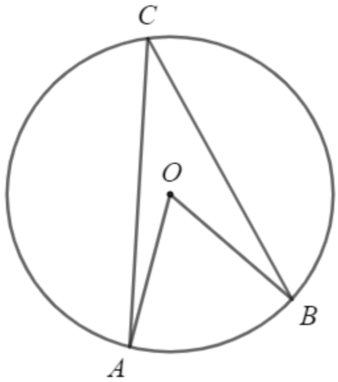
А) $V_{25}^{5}V_{18}^{2}$

Б) $C_{25}^{5}C_{18}^{2}$

В) $V_{25}^{5}+V_{18}^{2}$

Г) $C_{25}^{5}+C_{18}^{2}$

9. На чертежа $\sphericalangle ACB$ е вписан в окръжност и е с 36° по-малък от централния $\sphericalangle AOB$. Мярката на $\sphericalangle ACB$ е:



А) 9°

Б) 18°

В) 30°

Г) 36°

10. Страните на триъгълник с периметър 30 cm образуват аритметична прогресия. Дължината на средната по големина страна на триъгълника е:

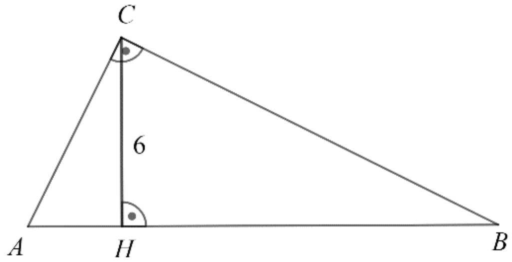
А) 9 cm

Б) 10 cm

В) 11 cm

Г) 12 cm

11. На чертежа в правоъгълния ΔABC отсечката $CH = 6$ cm е височина към хипотенузата AB и я дели в отношение $AH:HB = 1:9$. Дължината на AB е:



А) 9 cm

Б) 10 cm

В) 18 cm

Г) 20 cm

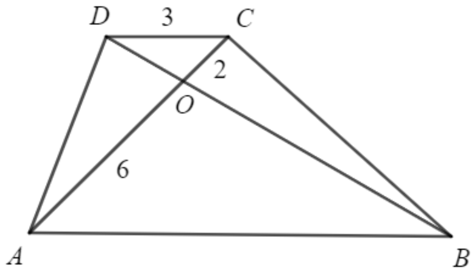
12. Диагоналите на трапеца $ABCD\,(AB \parallel CD)$ се пресичат в точка O. Ако $AO = 6$ cm, $OC = 2$ cm и $CD = 3$ cm, дължината на средната основа на трапеца е:

А) 3 cm

Б) 4 cm

В) 6 cm

Г) 9 cm



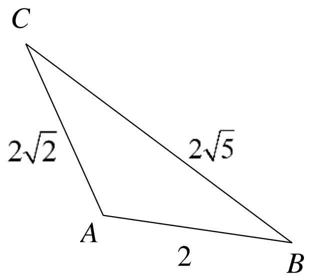
13. Страните на ΔABC са $AB = 2$ cm, $AC = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{5}$ cm. Мярката на $\sphericalangle BAC$ е:

А) $45°$

Б) $90°$

В) $120°$

Г) $135°$



14. Разпределението на учениците, които получават стипендии в един клас, е както следва:

Брой ученици	5	3	2	2
Стипендия (в лева)	25	30	35	40

Модата на данните от таблицата е:

А) 25

Б) 30

В) 35

Г) 40

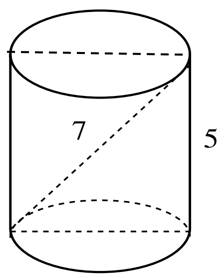
15. Прав кръгов цилиндър с образуваща 5 cm има осно сечение, което е правоъгълник с диагонал 7 cm. Обемът на цилиндъра е:

А) 30π cm^3

Б) 35π cm^3

В) 42π cm^3

Г) 60π cm^3



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите 16. и 17. запишете в листа за отговори на указаните за това места!

16. А) Решете уравнението $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2$.

Б) Решете неравенството $\dfrac{x^2-36}{4x}\geq 0$ и представете решенията графично.

В) Намерете координатите на пресечните точки на графиката на функцията $f(x)=-6x+7$ с координатните оси.

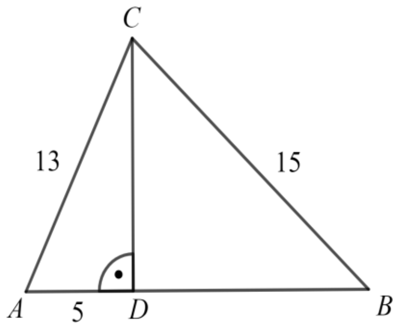
17. За остроъгълния ΔABC е дадено, че $AC=13$ cm и $BC=15$ cm. Ако CD $(D\in AB)$ е височина и $AD=5$ cm, намерете:

А) периметъра на ΔABC;

Б) лицето на ΔABC;

В) радиуса на описаната около ΔABC окръжност;

Г) радиуса на вписаната в ΔABC окръжност.



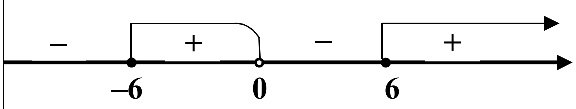
М И Н И С Т Е Р С Т В О   Н А   О Б Р А З О В А Н И Е Т О   И   Н А У К А Т А

ЦЕНТЪР ЗА ОЦЕНЯВАНЕ В ПРЕДУЧИЛИЩНОТО И УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2022 г.

Ключ с верните отговори

№ на задача	**Отговор**	**Брой точки**
1	Б	4
2	В	4
3	Б	4
4	В	4
5	А	4
6	В	4
7	В	4
8	Б	4
9	Г	4
10	Б	4
11	Г	4
12	В	4
13	Г	4
14	А	4
15	А	4
16А)	$x_1 = 1,\ \ x_2 = 5$	**8 точки**
16Б)	$x \in [-6;0) \cup [6;+\infty)$ 	**8 точки**
16В)	$(0;7)$ и $\left(\frac{7}{6};0\right)$	**4 точки** /за правилно определени координати на всяка от пресечните точки по **2 точки**/

17А)	$P_{\Delta ABC} = 42$ cm	**8 точки**
17Б)	$S_{\Delta ABC} = 84$ cm^2	**4 точки**
17В)	$R = 8\frac{1}{8}$ cm или $\frac{65}{8}$ cm	**4 точки**
17Г)	$r = 4$ cm	**4 точки**

Задача 16. *Примерно решение*:

А) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2$ *ДМ*: $x \in [1; +\infty)$

$\sqrt{3x+1} = 2 + \sqrt{x-1}$

$3x+1 = 4 + 4\sqrt{x-1} + x - 1$

$2x - 2 = 4\sqrt{x-1}$

$2\sqrt{x-1} = x - 1$

$4(x-1) = (x-1)^2$

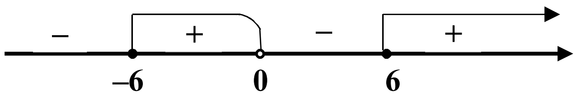
$(x-1)(x-5) = 0$

$x_1 = 1, \; x_2 = 5$

С проверка установяваме, че и двата корена са решение на уравнението.

Б) $\dfrac{x^2-36}{4x} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x-6)(x+6)}{4x} \geq 0 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x(x-6)(x+6) \geq 0 \end{array} \right.$.

По метод на интервалите получаваме $x \in [-6; 0) \cup [6; +\infty)$



В) Заместваме с $x = 0$ и получаваме $y = f(0) = -6.0 + 7 = 7$.

Координатите на пресечната точка на графиката на функцията с ординатната ос са $(0; 7)$.

При $y = 0$ получаваме $0 = -6x + 7 \Leftrightarrow 6x = 7 \Leftrightarrow x = \dfrac{7}{6}$

Координатите на пресечната точка на графиката на функцията с абсцисната ос са $\left(\dfrac{7}{6}; 0\right)$

Задача 17. *Примерно решение*:

А) **I начин:**

(1) Прилагаме Питагоровата теорема за ΔADC.

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \;\Rightarrow\; 13^2 = 5^2 + CD^2$$
$$\Rightarrow CD^2 = 144 \;\Rightarrow\; CD = 12\text{ cm}$$

(2) Прилагаме Питагоровата теорема за ΔBDC.

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 \;\Rightarrow\; 15^2 = 12^2 + BD^2 \;\Rightarrow\; BD^2 = 81 \;\Rightarrow\; BD = 9\text{ cm}$$

(3) $AB = AD + BD = 5 + 9 = 14\text{ cm}$

(4) $P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 14 + 13 + 15 = 42\text{ cm}$

$P_{\Delta ABC} = 42\text{ cm}$

II начин: (1) $\Delta ADC : \cos\sphericalangle CAD = \dfrac{5}{13}$

(2) Прилагаме Косинусовата теорема за ΔABC.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\sphericalangle CAB$$
$$15^2 = AB^2 + 13^2 - 2AB.13\cdot\frac{5}{13}$$
$$AB^2 - 10AB - 56 = 0,\; AB > 0$$
$$AB = 14\text{ cm}$$
$$P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 14 + 13 + 15 = 42\text{ cm}$$

$P_{\Delta ABC} = 42\text{ cm}$

Б) **I начин:** $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB.CD}{2} = \dfrac{14.12}{2} = 84\text{ cm}^2$

II начин: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{21.6.8.7} = 84\text{ cm}^2$ (Хероновата формула)

В) **I начин:**

(1) $\Delta ADC : \sin\sphericalangle CAD = \dfrac{12}{13}$

(2) Прилагаме Синусовата теорема за ΔABC.

$$\frac{BC}{\sin\sphericalangle CAD} = 2R \Rightarrow 2R = 15 : \frac{12}{13} \Rightarrow R = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}\text{ cm}$$
$$R = 8\frac{1}{8}\text{ cm}$$

II начин: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow \dfrac{15.13.14}{4R} = 84\text{ cm}^2 \Rightarrow R = \dfrac{65}{8} = 8\dfrac{1}{8}\text{ cm}$

Г) $S_{\Delta ABC} = pr \Rightarrow\; 84 = 21r \;\Rightarrow\; r = \dfrac{84}{21} \;\Rightarrow\; r = 4\text{ cm}$

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ $\quad D=b^2-4ac$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ при $D\geq 0$

$ax^2+bx+c=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$ $\quad$ Формули на Виет: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c,\ a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Квадратни корени

$\sqrt{a^{2k}}=\left|a^k\right|$ при $k\in\mathbb{N}$; $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b},\ a\geq 0,\ b\geq 0$; $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},\ a\geq 0,\ b>0$

$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b},\ a\geq 0,\ b\geq 0$; $\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b},\ a\in\mathbb{R},\ b\geq 0$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n=n.(n-1)...3.2.1=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $V_n^k=n.(n-1)...(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)...(n-k+1)}{k.(k-1)...3.2.1}$

Вероятност за настъпване на събитието A:

$$p\left(A\right)=\frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}},\quad 0\leq p\left(A\right)\leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n=a_1+\left(n-1\right)d$ $\quad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+\left(n-1\right)d}{2}\cdot n$

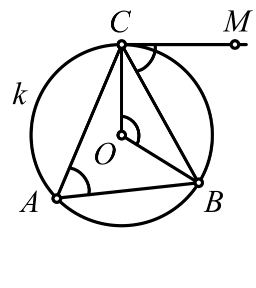
Геометрична прогресия: $a_n=a_1.q^{n-1}$ $\quad S_n=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

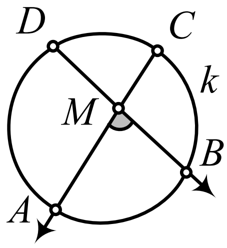
Ъгли, свързани с окръжността

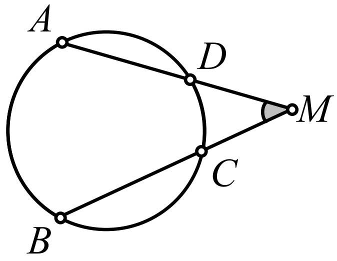
$\sphericalangle BOC=\overset{\frown}{BC},\ \sphericalangle BAC=\dfrac{1}{2}\sphericalangle BOC=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$

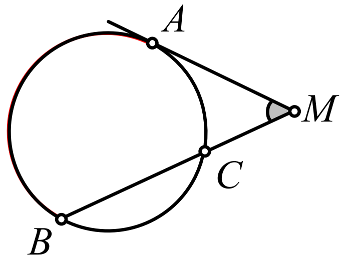
$\sphericalangle BCM=\dfrac{1}{2}\sphericalangle BOC=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$



$\sphericalangle AMB = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}\right)$ $\sphericalangle AMB = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}\right)$ $\sphericalangle AMB = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{AC}\right)$







$MA.MC = MB.MD$ $MC.MB = MA^2$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1 b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$ $m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c{}^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\text{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\text{cotg}\,\alpha$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-$

	$-\alpha$	$90^\circ-\alpha$	$90^\circ+\alpha$	$180^\circ-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\text{tg}\,\alpha$	$\text{cotg}\,\alpha$	$-\text{cotg}\,\alpha$	$-\text{tg}\,\alpha$
cotg	$-\text{cotg}\,\alpha$	$\text{tg}\,\alpha$	$-\text{tg}\,\alpha$	$-\text{cotg}\,\alpha$

Повърхнина и обем

Призма: $V = Bh$, $S_1 = S + 2B$ **Права призма**: $S = Ph$

Пирамида: $V = \frac{1}{3}Bh$, $S_1 = S + B$

Прав кръгов цилиндър: $B = \pi r^2$, $S = 2\pi rh$, $S_1 = S + 2B = 2\pi r(h + r)$, $V = Bh = \pi r^2 h$

Прав кръгов конус: $B = \pi r^2$, $S = \pi rl$, $S_1 = S + B = \pi r(l + r)$, $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Сфера и кълбо: $S_{\text{сфера}} = 4\pi r^2$, $V_{\text{кълбо}} = \frac{4}{3}\pi r^3$